MA1111

Soluciones del Segundo Examen.

Horario 9:30pm. Tipo A.

1. **Límites.**

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{[[x]]+1}{[[x-2]]-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1+1}{-1-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{-2} = -1$$

ya que $1 < x < 2 \Rightarrow 1-2 < x-2 < 2-2 \Rightarrow -1 < x-2 < 0 \Rightarrow$ $[[x-2]] = -2$.

$$\lim_{x\to 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \lim_{x\to 7} \frac{(2-\sqrt{x-3})(2+\sqrt{x-3})}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \lim_{x\to 7} \frac{4-(x-3)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$= \lim_{x\to 7} -\frac{(x-7)}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \lim_{x\to 7} -\frac{1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})} \lim_{x\to 7} -\frac{1}{(14)(4)} = -\frac{1}{56}.$$

2. **Continuidad.**

$f(x)$ es continua en $\mathbf{R} - \{3\}$, pues es un cociente cuyo numerador es composicin de funciones continuas y su denominador es es una función continua.

Haciendo el cambio de variable $t = x-3$ nos queda que

$$\lim_{x\to 3} 3\frac{\sin(2x-6)}{x-3} = \lim_{t\to 0} 3\frac{\sin(2t)}{t} = \lim_{t\to 0} 6\frac{\sin(2t)}{2t} = 6.$$

Pero, $f(3) = \frac{1}{2}$ y asi $f(x)$ no es continua en $x=3$. Sin embargo, se puede redefinir en $x=3$ como $f(3)=6$ para que sea continua en todo punto de $\mathbf{R}$.

3. **Recta Tangente.**

La funcin h es derivable en todo punto de su dominio. Por las reglas de derivación

$$h'(x) = -\frac{4}{(2x+1)^2}$$

y al igualar

$$-\frac{4}{(2x+1)^2} = -1 \quad \text{(pendiente de la recta tangente)}$$

$$\Rightarrow (2x+1)^2 = 4 \Rightarrow 2x{+}1 = 2 \quad \text{ó} \quad 2x{+}1 = -2 \Rightarrow 2x = 2{-}1 \quad \text{ó} \quad 2x = -2{-}1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad x = -\frac{3}{2}$$

Si $x = \frac{1}{2}$, entonces $h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{2\left(\frac{1}{2}\right)+1} = 1.$

Luego, el punto de tangencia es

$$\left(\frac{1}{2}, 1\right).$$

Finalmente,

$$1 = -\frac{1}{2} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow C = \frac{3}{2}$$

De la misma manera se halla el valor de C para $x = -\frac{3}{2}$.